MATHÉMATIQUES : SUJET DE TYPE BAC FILIÈRE GÉNÉRALE
pour les élèves suivant la spécialité.

*L'usage de la calculatrice n'est **pas** autorisé.*

AUTOMATISMES - QCM (6 POINTS)

Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Pour chaque question, reportez son numéro sur votre copie et indiquez votre réponse.

Question 1
Un pull coûte 20 €. Après avoir subi une augmentation de 40 %, il coûte désormais :
a. 30 € **b.** 28 € **c.** 60 € **d.** 24 €

Question 2
Un T-shirt passe de 20 € à 16 €. L'article a donc subi une baisse de :
a. 20 % **b.** 25 % **c.** 10 % **d.** 15 %

Question 3
Deux baisses successives de 50 % reviennent à une baisse unique de :
a. 100 % **b.** 75 % **c.** 50 % **d.** 25 %

Question 4
Les solutions de l'équation $(2x+4)(-3x+1)=0$ sont :
a. -2 et $\frac{1}{3}$ **b.** 2 et -3 **c.** 2 et 3 **d.** 2 et $\frac{-1}{3}$

Question 5
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(2x-6)(-2x-1)$. Son tableau de signe est :

a.

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		3		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

b.

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		3		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

c.

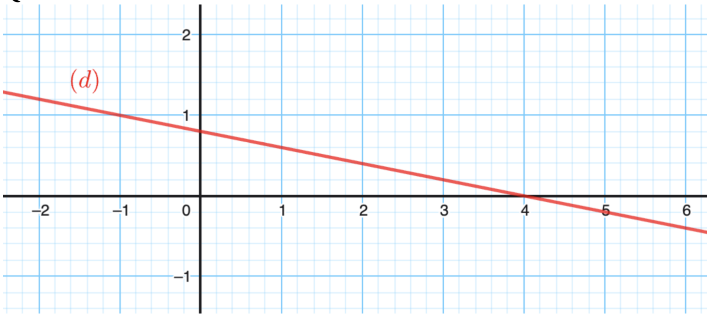
x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		3		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

d.

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		3		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Question 6
Le polynôme $(3x-1)(2x+1)$ s'écrit sous forme développée :
a. $6x^2+x+1$ **b.** $6x^2+5x-1$ **c.** $6x^2-5x+1$ **d.** $6x^2+x-1$

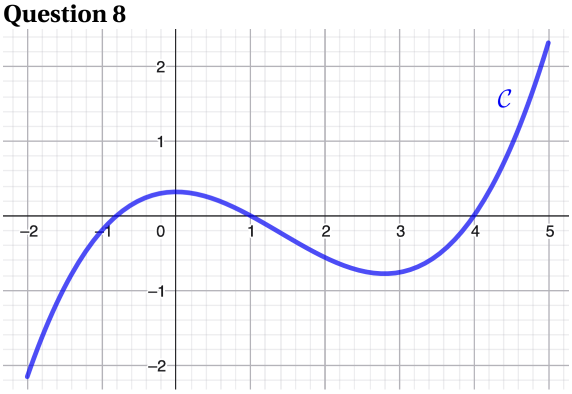
Question 7



L'équation réduite de la droite (d) représentée ci-dessus est donnée par :

a. $y = 4x + 0,8$ **b.** $y = -5x + 0,8$ **c.** $y = -\dfrac{1}{5}x + 0,8$ **d.** $y = \dfrac{1}{5}x + 0,8$

Question 8



Soit f une fonction définie sur $[-2;5]$ dont on donne la représentation graphique $\mathcal{C}$ ci-dessus. Quelles sont les solutions de l'équation $f(x) = 0$?

a. $x = \dfrac{1}{3}$ **b.** $x = 0$ et $x = 2,8$ **c.** $x = -0,8$; $x = 1$ et $x = 4$ **d.** Il n'y en a pas.

Question 9

On reprend la représentation graphique de la fonction f de la question 8. On observe que :

a. la fonction f est décroissante sur $[-2;0]$, croissante sur $[0\,;\,2,8]$, puis décroissante sur $[2,8\,;\,5]$.

b. la fonction est croissante sur $[-2\,;\,0]$, décroissante sur $[0\,;\,2,8]$, puis croissante sur $[2,8\,;\,5]$.

c. la fonction est croissante sur tout l'intervalle $[-2\,;\,5]$.

d. la fonction est décroissante sur $[-2\,;\,2,8]$, puis croissante sur $[2,8\,;\,5]$.

Question 10

On considère la série de données : -4 ; 3 ; -2 ; 0 et 2. La moyenne de cette série de données vaut :

a. 0 **b.** -4 **c.** 2 **d.** $-0,2$

Question 11

On a étudié la répartition des élèves de première du lycée en fonction de leur sexe et de leur choix de deuxième langue vivante (LV2).

	Allemand	Anglais	Espagnol	Total
Fille	10	5	85	100
Garçon	15	5	80	100
Total	25	10	165	200

On sélectionne le dossier d'un élève ayant choisi l'allemand. La probabilité pour que cet élève soit une fille est :

a. 5 % **b.** 10 % **c.** 40 % **d.** 50 %

Question 12

On reprend la situation de la question 11. On choisit un élève de première au hasard. La probabilité que cet élève soit un garçon étudiant l'espagnol est :

a. 40 % **b.** 82,5 % **c.** 80 % **d.** $\dfrac{80}{165}$

EXERCICE 1 (8 POINTS)

Partie A : Étude d'une fonction polynôme du second degré

Soit m un nombre réel. On considère la fonction P définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$P(x) = 2x^2 + (2m+2)x + m + 1.$$

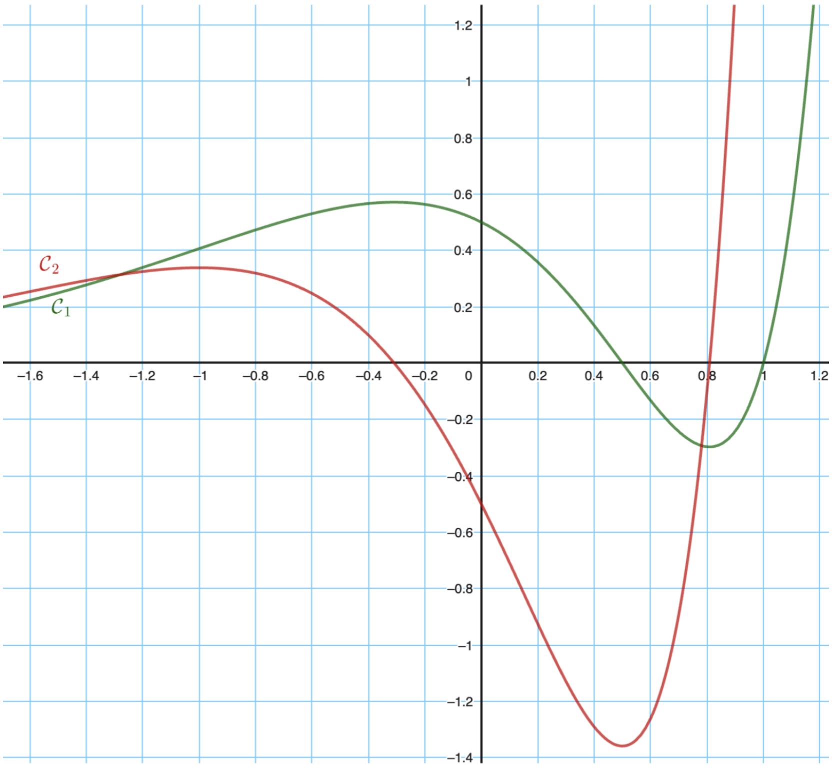
1. On note Δ le discriminant de ce polynôme. Justifier que $\Delta = 4m^2 - 4$.
2. Montrer que l'ensemble des valeurs de m pour lesquelles ce polynôme admet au moins une racine est $]-\infty; -1] \cup [1 : +\infty[$.
3. **a.** Calculer les racines de P lorsque $m \in \{-1; 1\}$.
   b. Donner une expression des racines de P lorsque $m \in]-\infty; -1[\cup]1 : +\infty[$.
   c. Dresser un tableau de signe de P lorsque $m \in]-\infty; -1[\cup]1 : +\infty[$.

Partie B : Étude d'une fonction

Soient m un nombre réel et f_m la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f_m(x) = \left(x^2 + mx + \frac{1}{2}\right)e^{2x}.$$

1. On admet que f_m est dérivable sur $\mathbb{R}$. Montrer que, pour tout réel x, $f'_m(x) = P(x)e^{2x}$.
2. On suppose que $m \in]-1; 1[$. Déterminer les variations de f_m sur $\mathbb{R}$.
3. On suppose à présent que $m = 1$ ou $m = -1$. Déterminer les variations de f_m sur $\mathbb{R}$.
4. On suppose enfin que $m \in]-\infty; -1[\cup]1 : +\infty[$. Déterminer les variations de f_m sur $\mathbb{R}$. On ne demande pas de calculer les images dans le tableau de variation.
5. Dans le repère ci-dessous, on a représenté les fonctions $f_{-1,5}$ et $f'_{-1,5}$. Identifier, en justifiant, à quelle courbe est associée chacune de ces fonctions.



EXERCICE 2 (6 POINTS)

On munit le plan d'un repère orthonormé $\left(O\,;\vec{i}\,,\vec{j}\right)$. Soit A_0 le point $A_0(1;1)$. On pose, pour tout entier naturel n, $A_n(x_n;y_n)$ et $B_n(x_n;0)$ à l'aide de la relation vectorielle :

$$\forall n \in \mathbb{N},\ \overrightarrow{OA_{n+1}} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OA_n} - \frac{1}{2}\overrightarrow{A_nB_n}.$$

1. Placer les points A_0, B_0, A_1 et B_1 dans un repère orthonormé en prenant 4 cm pour une unité.
2. Montrer que, pour tout entier naturel n, les coordonnées $(x_n;y_n)$ de A_n vérifient le système suivant.

$$\begin{cases} x_{n+1} = \dfrac{1}{2}x_n \\ y_{n+1} = y_n \end{cases}$$

3. En déduire que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, les coordonnées des points A_n et B_n sont données par $A_n\left(\dfrac{1}{2^n};1\right)$ et $B_n\left(\dfrac{1}{2^n};0\right)$.
4. On souhaite dans cette question déterminer une mesure α_n de l'angle $\left(\vec{i}\,,\overrightarrow{OA_n}\right)$.

   a. Montrer que $OA_n = \sqrt{1+\dfrac{1}{4^n}}$.

   b. Rappeler les coordonnées du vecteur $\vec{i}$, puis calculer le produit scalaire $\vec{i}\cdot\overrightarrow{OA_n}$.

   c. En déduire $\cos(\alpha_n)$.

   d. Déterminer en particulier la mesure d'angle α_0.